

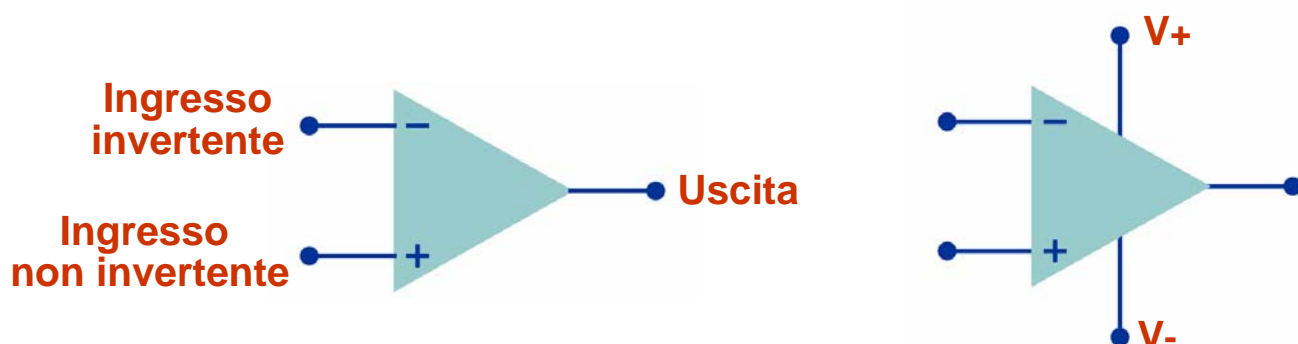
Amplificatori operazionali

Parte 1

www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm
(versione del 9-5-2012)

Amplificatore operazionale

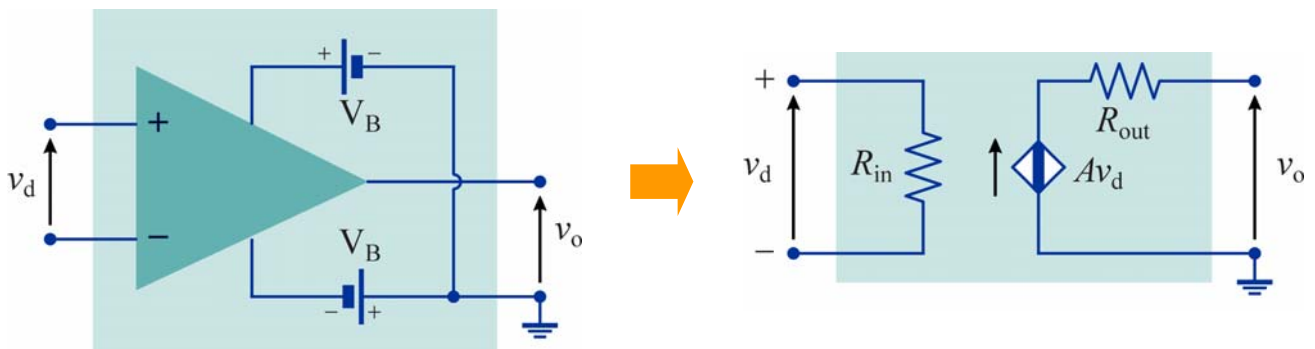
- L'**amplificatore operazionale** è un dispositivo, normalmente realizzato come circuito integrato, dotato di tre terminali



- Per il suo funzionamento richiede un'alimentazione (di solito duale) che viene fornita mediante altri due terminali (che spesso negli schemi vengono sottintesi)
- I valori della tensione di alimentazione vanno solitamente 5 V a 24 V (un valore tipico è 15 V)

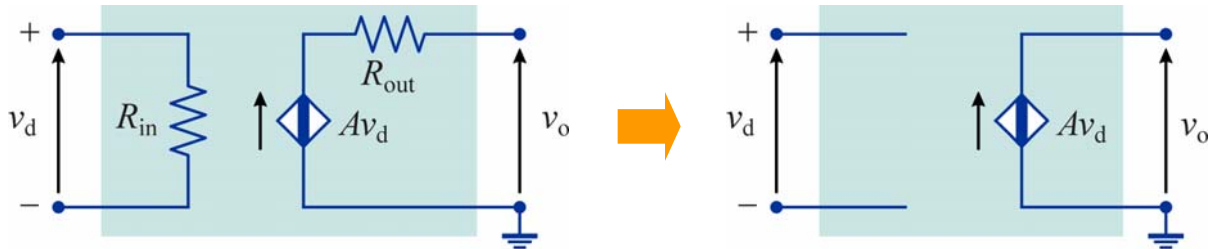
Amplificatore operazionale

- L'amplificatore operazionale può essere rappresentato come un dispositivo a due porte
- La porta di ingresso ha come terminali l'ingresso non invertente e l'ingresso invertente
 - ◆ La tensione v_d è detta **tensione di ingresso differenziale**
- La porta di uscita ha come terminali l'uscita e la massa, rappresentata dal nodo a cui sono collegati i due generatori di alimentazione (l'amplificatore operazionale non ha terminali collegati a massa)



3

Amplificatore operazionale

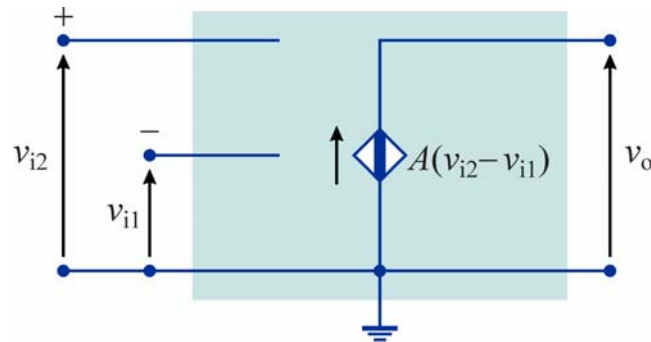


- L'amplificatore operazionale è un amplificatore di tensione con
 - ◆ resistenza di ingresso R_{in} elevata (valori tipici $> 10^6 \Omega$)
 - ◆ resistenza di uscita R_{out} piccola (valori tipici $< 100 \Omega$)
 - ◆ guadagno A elevato (valori tipici 10^5 - 10^6 cioè 100-120 dB)
- A è detto **guadagno ad anello aperto** (*open loop gain*)
- Normalmente è possibile considerare R_{in} praticamente infinita e R_{out} praticamente nulla
 - ➔ la corrente alla porta di ingresso è nulla

4

Amplificatore operazionale

- Un amplificatore operazionale può essere rappresentato anche come un dispositivo a tre porte, mettendo in evidenza le tensioni tra gli ingressi e la massa



- Questa rappresentazione mette in evidenza che l'amplificatore operazionale amplifica la differenza tra le tensioni applicate ai suoi ingressi (cioè si comporta come un **amplificatore differenziale**)

5

Ingresso differenziale e di modo comune

- Quando le tensioni applicate ai due ingressi sono uguali la tensione un uscita è (idealmente) uguale a zero
- In pratica, a causa di inevitabili asimmetrie nel circuito, la relazione tra gli ingressi e l'uscita risulta del tipo

$$v_o = A_2 v_{i2} - A_1 v_{i1}$$

con A_1 e A_2 non esattamente uguali

- Per studiare il comportamento dell'amplificatore in queste condizioni conviene introdurre, oltre alla tensione di ingresso differenziale

$$v_d = v_{i2} - v_{i1}$$

la **tensione di ingresso di modo comune**, definita come

$$v_c = \frac{v_{i2} + v_{i1}}{2}$$

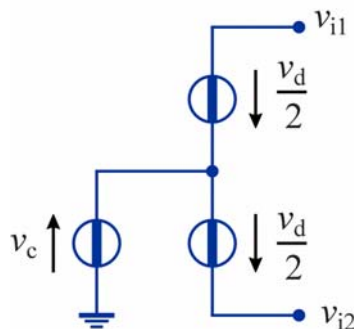
6

Ingresso differenziale e di modo comune

- Le tensioni degli ingressi possono essere espresse in funzione della tensione differenziale e della tensione di modo comune mediante le relazioni

$$v_{i1} = v_c - \frac{v_d}{2} \quad v_{i2} = v_c + \frac{v_d}{2}$$

che possono essere interpretate mediante il seguente circuito equivalente



7

Guadagno differenziale e di modo comune

- Introducendo le espressioni precedenti degli ingressi nella relazione

$$v_o = A_2 v_{i2} - A_1 v_{i1}$$

si ottiene

$$v_o = A_2 \left(v_c + \frac{v_d}{2} \right) - A_1 \left(v_c - \frac{v_d}{2} \right) = \frac{A_2 + A_1}{2} v_d + (A_2 - A_1) v_c = A_d v_d + A_c v_c$$

- Nell'ultima espressione sono stati introdotti il **guadagno differenziale**

$$A_d = \frac{A_2 + A_1}{2}$$

e il **guadagno di modo comune**

$$A_c = A_2 - A_1$$

8

Rapporto di reiezione di modo comune

- Il rapporto tra il guadagno differenziale e il guadagno di modo comune è detto **rapporto di reiezione di modo comune** (**CMRR**, *common-mode rejection ratio*)

$$\text{CMRR} = \frac{|A_d|}{|A_c|}$$

- Di solito il CMRR è espresso in dB

$$\text{CMRR}(\text{dB}) = 20 \log_{10} \frac{|A_d|}{|A_c|}$$

- Il CMRR è una figura di merito che indica quanto il comportamento di un amplificatore differenziale è prossimo al comportamento ideale

9

Rapporto di reiezione di modo comune

- Gli amplificatori operazionali hanno valori del CMRR molto elevati (tipicamente 80-100 dB)
- Spesso è possibile considerare il CMRR praticamente infinito
- In queste condizioni si può ritenere

$$A_1 = A_2 = A$$

e quindi

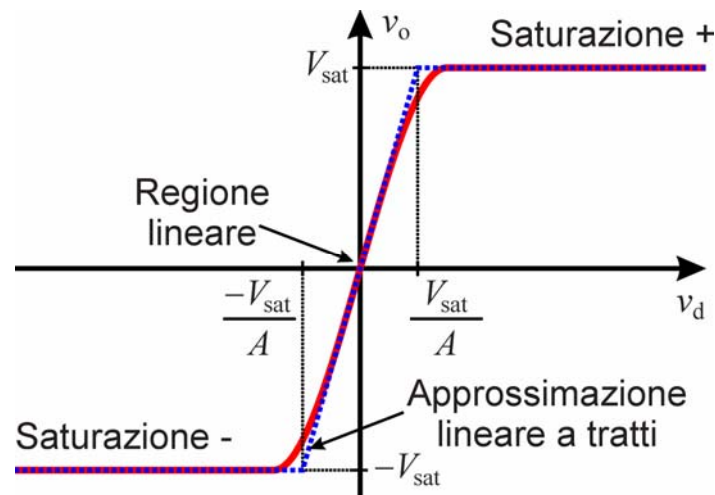
$$A_d = A$$

$$A_c = 0$$

10

Caratteristica ingresso-uscita

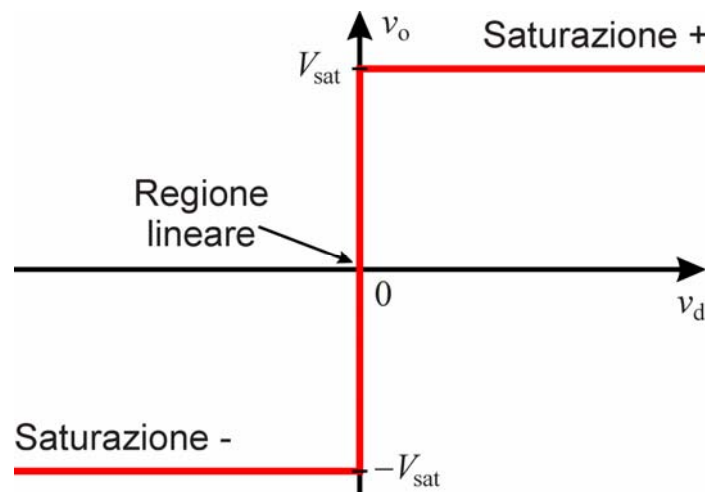
- La caratteristica di trasferimento di un amplificatore operazionale ha un andamento praticamente lineare nell'intorno dell'origine, con pendenza pari ad A
- Al crescere di v_d la tensione di uscita satura
- Il valore della tensione di saturazione V_{sat} è tipicamente inferiore di 1-2 V a quello della tensione di alimentazione



11

Caratteristica ingresso-uscita ideale

- Dato che A è molto grande, l'intervallo di valori di v_d corrispondente alla regione lineare è molto piccolo (poche decine o centinaia di μV)
- Nella regione lineare si può ritenere che v_d sia praticamente nulla, il che equivale a considerare il guadagno A praticamente infinito



12

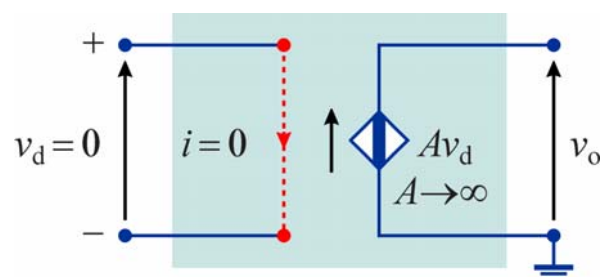
Amplificatore operazionale ideale

- Le considerazioni precedenti portano alla definizione dell'**amplificatore operazionale ideale**, che è caratterizzato dalle seguenti proprietà
 - ◆ Resistenza di ingresso R_{in} infinita
 - ◆ Resistenza di uscita R_{out} nulla
 - ◆ Guadagno ad anello aperto A infinito
 - ◆ Guadagno di modo comune A_c nullo
 - ➔ Rapporto di reiezione di modo comune infinito
 - ◆ Larghezza di banda infinita (guadagno indipendente dalla frequenza)

13

Cortocircuito virtuale

- Un amplificatore operazionale ideale può essere rappresentato come un doppio bipolo per il quale
 - ◆ la tensione e la corrente della porta di ingresso sono entrambe nulle
 - ◆ la tensione e la corrente della porta di uscita possono assumere entrambe valori arbitrari
- L'ingresso invertente e l'ingresso non invertente sono sempre allo stesso potenziale, come se fossero collegati tra loro da un cortocircuito
- Le correnti ai due terminali di ingresso sono sempre nulle, mentre se i due terminali fossero effettivamente uniti da un cortocircuito si avrebbe, in generale, una corrente diversa da zero
- Per questo si dice che i due ingressi sono in **cortocircuito virtuale**



14

Analisi di circuiti con amplificatori operazionali ideali

- Circuiti relativamente semplici possono essere risolti in modo diretto, tenendo conto dei cortocircuiti virtuali
 - ➔ La porta di ingresso di un operazionale viene considerata
 - come un cortocircuito per quanto riguarda le tensioni
 - come un circuito aperto per quanto riguarda le correnti
- Procedimenti di validità più generale possono essere ottenuti come estensione dei metodi sistematici di analisi circuitale (come il metodo delle correnti di maglia, delle tensioni di nodo, ecc.)
- In particolare, risulta piuttosto semplice l'estensione del metodo delle tensioni di nodo

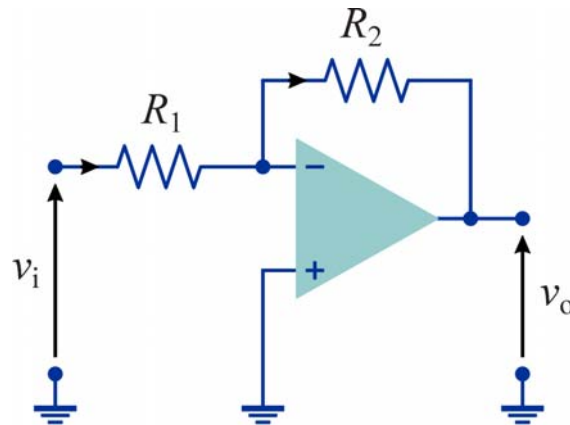
15

Metodo delle tensioni di nodo per circuiti con amplificatori operazionali ideali

- Le correnti agli ingressi degli operazionali sono nulle
 - ➔ le equazioni di nodo si scrivono trascurando i terminali di ingresso degli operazionali
- La corrente al terminale di uscita può assumere un valore arbitrario
 - ➔ le correnti di uscita vanno incluse nelle equazioni di nodo come **incognite ausiliarie**
 - ◆ di solito il verso di riferimento viene scelto entrante dal punto di vista dell'operazionale, quindi uscente dal nodo
 - ➔ le correnti compaiono nelle equazioni di nodo con segno +
- La tensione tra gli ingressi di un'operazionale è nulla
 - ➔ per ogni operazionale si deve introdurre un'**equazione ausiliaria** che impone l'uguaglianza delle tensioni dei nodi a cui sono collegati gli ingressi

16

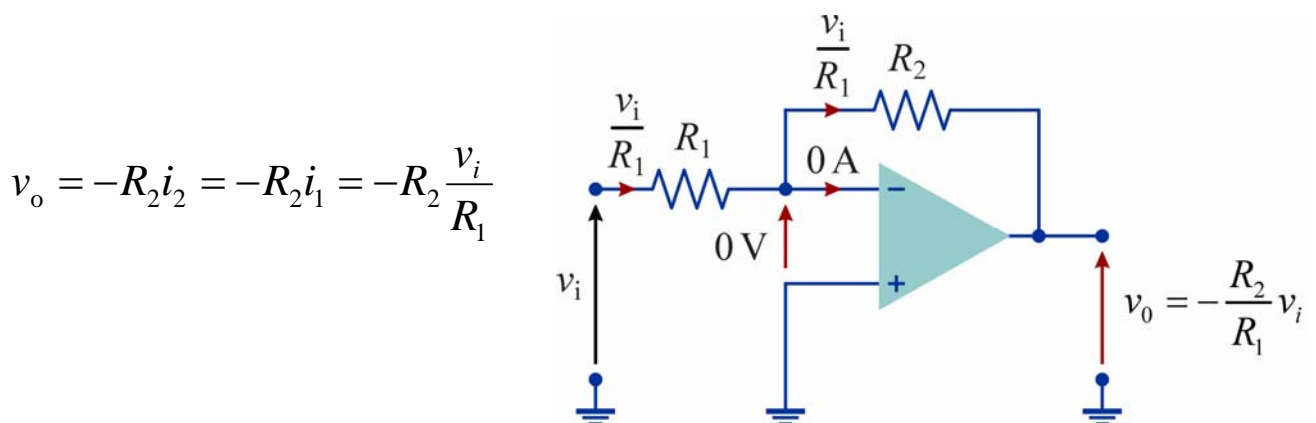
Amplificatore invertente



- L'ingresso invertente è virtualmente a massa
 - ➔ La tensione di R_1 coincide con v_i
 - ➔ La tensione di R_2 è uguale a $-v_o$
- La corrente entrante nell'ingresso invertente è nulla
 - ➔ le correnti di R_1 e R_2 sono uguali

17

Amplificatore invertente



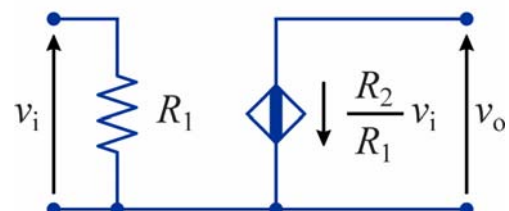
- Guadagno di tensione

$$A_V = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- Resistenza di ingresso

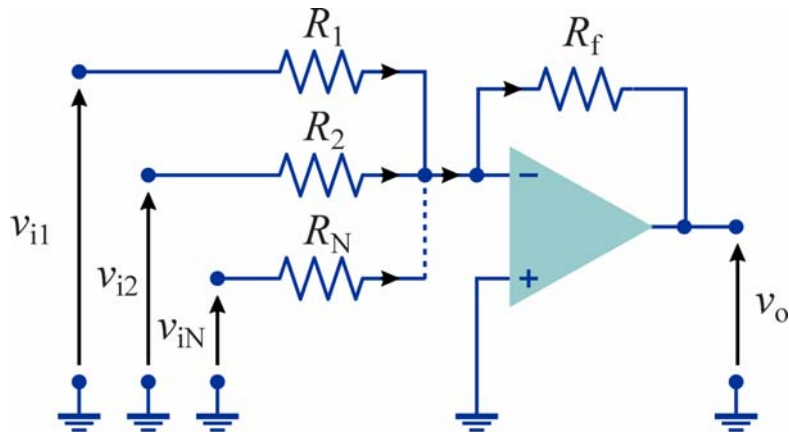
$$R_{in} = \frac{v_i}{i_1} = R_1$$

Circuito equivalente



18

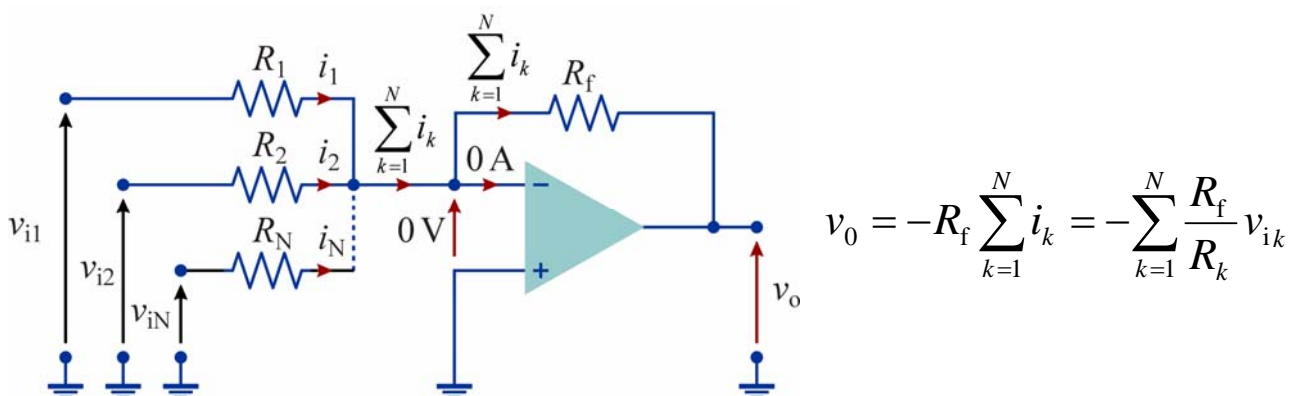
Sommatore invertente



- Il circuito può essere considerato un'estensione del caso precedente
- In questo caso la corrente in R_f è uguale alla somma delle correnti degli N resistori collegati agli ingressi
- ➔ La tensione in uscita è una somma pesata delle tensioni degli ingressi

19

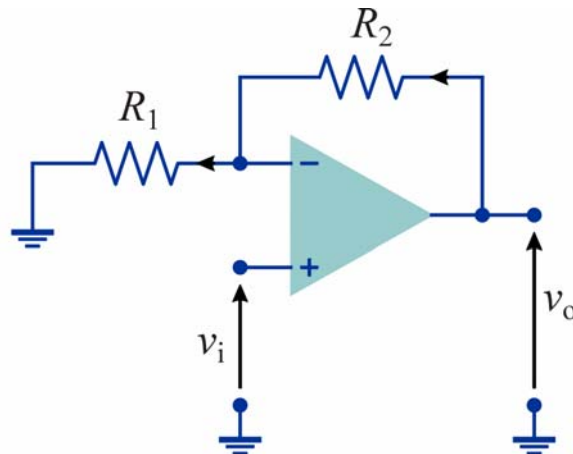
Sommatore invertente



- Il peso di ciascuna delle tensioni di ingresso v_k nella somma può essere modificato in modo indipendente, modificando la resistenza R_k
- Per il k -esimo ingresso, la resistenza di ingresso è uguale a R_k

20

Amplificatore non invertente



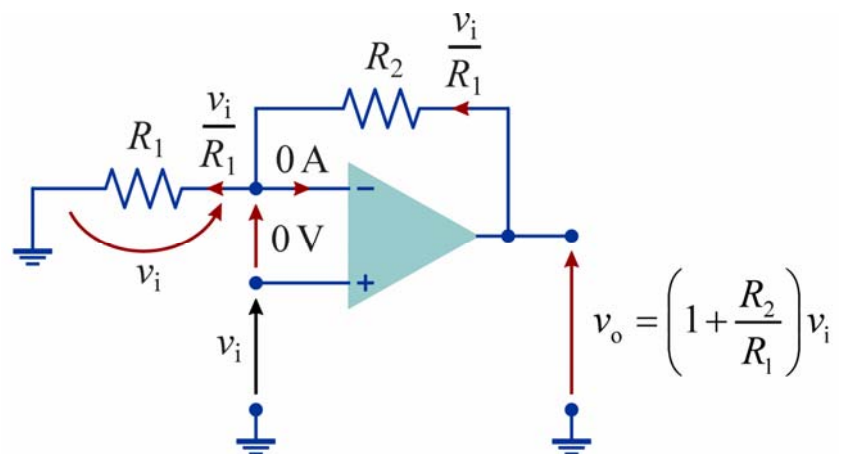
- A causa del cortocircuito virtuale le tensioni dei due ingressi sono uguali
 - ➔ La tensione di R_1 coincide con v_i
- La corrente entrante nell'ingresso invertente è nulla
 - ➔ le correnti di R_1 e R_2 sono uguali

21

Amplificatore non invertente

$$v_o = v_1 + v_2 = v_i + R_2 i_2 =$$

$$= v_i + R_2 i_1 = v_i + \frac{R_2}{R_1} v_i$$



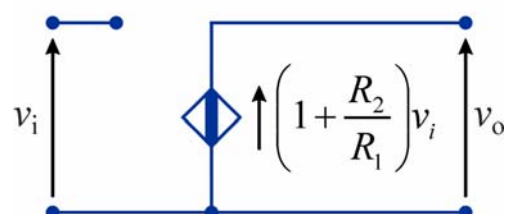
- Guadagno di tensione

$$A_V = \frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Resistenza di ingresso

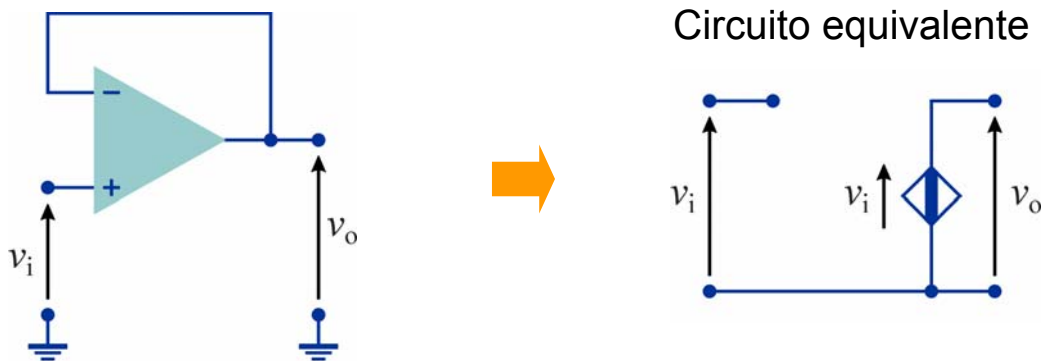
$$R_{in} = \infty$$

Circuito equivalente



22

Inseguitore di tensione

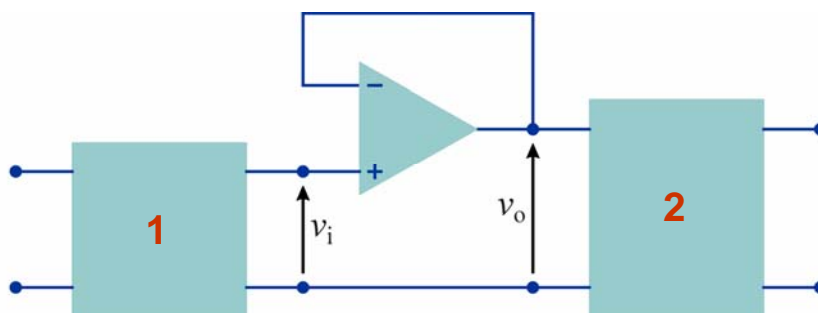


- La tensione di uscita coincide con la tensione dell'ingresso invertente che, a sua volta, coincide con la tensione v_i a causa del cortocircuito virtuale
 - ➔ Guadagno di tensione: $A_v = 1$
 - ➔ Resistenza di ingresso: $R_{in} = \infty$
 - ➔ Resistenza di uscita: $R_{out} = 0$

23

Inseguitore di tensione

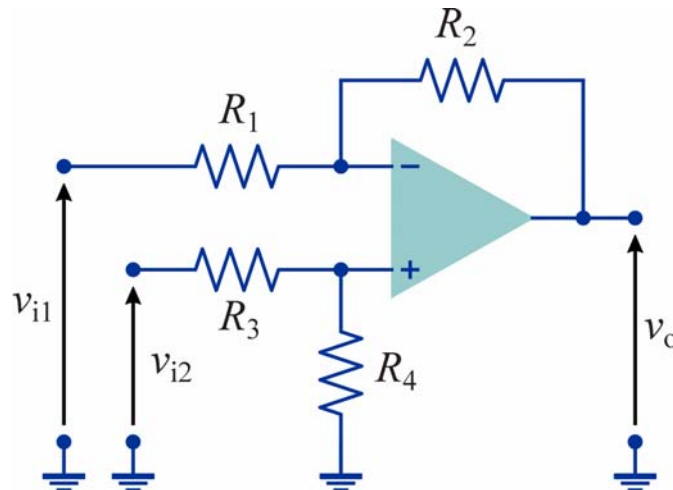
- Spesso questo circuito viene impiegato come separatore (**buffer**)



- Il blocco 1 vede una resistenza di carico praticamente infinita
- Il blocco 2 vede una sorgente con resistenza praticamente nulla
- La tensione $v_i = v_o$ coincide con la tensione a vuoto del blocco 1, indipendentemente dai valori della resistenza di uscita del blocco 1 e della resistenza di ingresso del blocco 2

24

Amplificatore differenziale

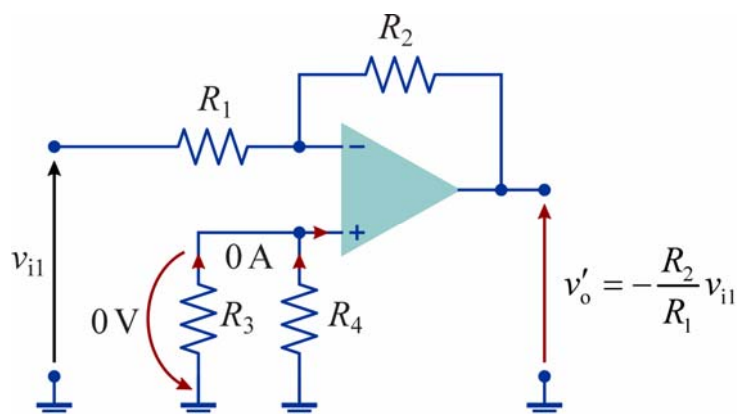


- Il circuito può essere visto come una combinazione delle configurazioni invertente e non invertente
- La tensione in uscita può essere valutata mediante il principio di sovrapposizione degli effetti

25

Amplificatore differenziale

Contributo di v_{i1}

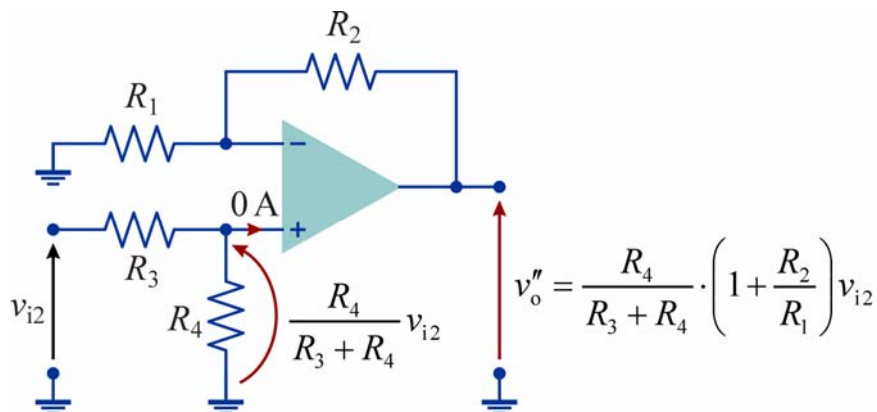


- Dato che la corrente entrante nell'ingresso invertente è nulla, anche le correnti (e quindi la tensione) di R_3 e R_4 sono nulle
 - ➔ Le tensioni degli ingressi dell'amplificatore operazionale sono nulle
 - ➔ Dal punto di vista di v_{i1} il circuito si comporta come un amplificatore invertente

26

Amplificatore differenziale

Contributo di v_{i2}



- Dato che la corrente entrante nell'ingresso non invertente è nulla, R_3 e R_4 formano un partitore a cui è applicata la tensione v_{i2}
- La tensione all'uscita del partitore costituisce l'ingresso di un amplificatore non invertente

27

Amplificatore differenziale

- Combinando i due contributi si ha

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_{i2} - \frac{R_2}{R_1} v_{i1}$$

- Per ottenere un amplificatore differenziale occorre fare in modo che i coefficienti di v_{i1} e v_{i2} siano uguali e opposti
- Questo si verifica se

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{spesso si pone } R_1 = R_3, R_2 = R_4)$$

- In queste condizioni si ha

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_{i2} - v_{i1}) \quad \Rightarrow \quad A_d = \frac{v_o}{v_{i2} - v_{i1}} = \frac{R_2}{R_1}$$

28

CMRR

- Se i rapporti tra i resistori non sono uguali, la tensione di uscita è

$$v_o = \frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)} v_{i2} - \frac{R_2}{R_1} v_{i1} = A_2 v_{i2} - A_1 v_{i1}$$

- In queste condizioni, il guadagno di modo comune è diverso da zero

$$A_c = A_2 - A_1 = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1(R_3 + R_4)}$$

- Nel caso generale il guadagno differenziale è

$$A_d = \frac{A_2 + A_1}{2} = \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2R_2 R_4}{2R_1(R_3 + R_4)}$$

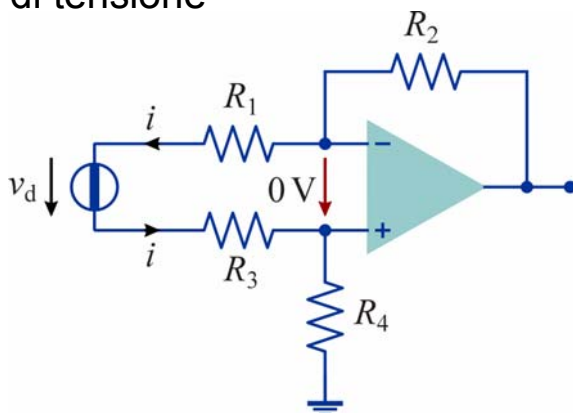
- Quindi il rapporto di reiezione di modo comune vale

$$CMRR = \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2R_2 R_4}{2|R_1 R_4 - R_2 R_3|}$$

29

Resistenza di ingresso differenziale

- La resistenza tra i due terminali di ingresso, **resistenza di ingresso differenziale** può essere valutata collegando all'ingresso un generatore di tensione



$$v_d = R_1 i + R_3 i$$



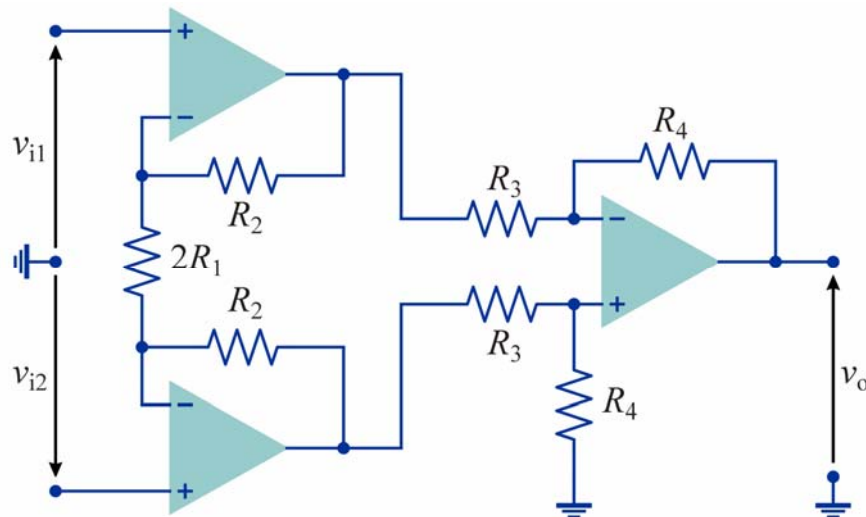
$$R_{id} = \frac{v_d}{i} = R_1 + R_3$$

- Questo circuito non consente di ottenere nello stesso tempo valori elevati della resistenza di ingresso e del guadagno
 - Se i valori di R_1 e R_3 sono grandi, i valori richiesti a R_2 e R_4 per ottenere un guadagno elevato possono risultare troppo grandi (e quindi non essere facilmente realizzabili)

30

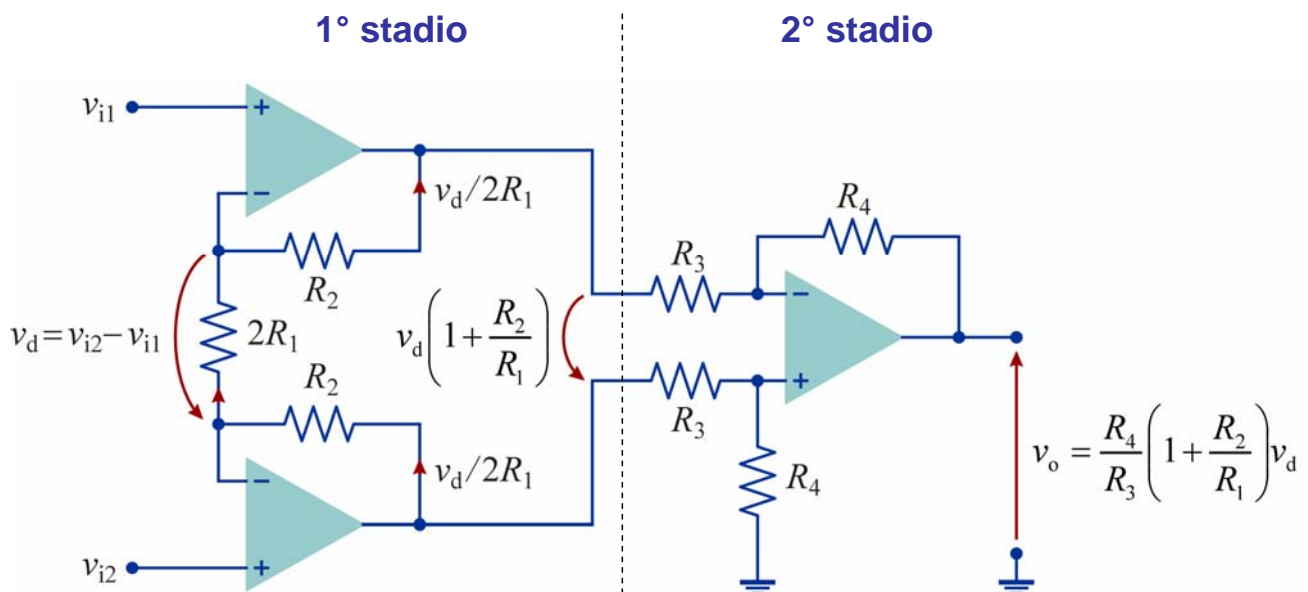
Amplificatore differenziale con 3 operazionali

- Un amplificatore differenziale con prestazioni migliori può essere ottenuto mediante questa configurazione
- Questo circuito è noto anche come **amplificatore per strumentazione** (*instrumentation amplifier*)



31

Amplificatore differenziale con 3 operazionali



32

Amplificatore differenziale con 3 operazionali

- A causa dei cortocircuiti virtuali, la tensione sulla resistenza $2R_1$ coincide con la tensione differenziale in ingresso
- Dato che le correnti degli ingressi invertenti sono nulle, la corrente in $2R_1$ circola anche nelle due resistenze R_2
- All'uscita del primo stadio si ha la tensione

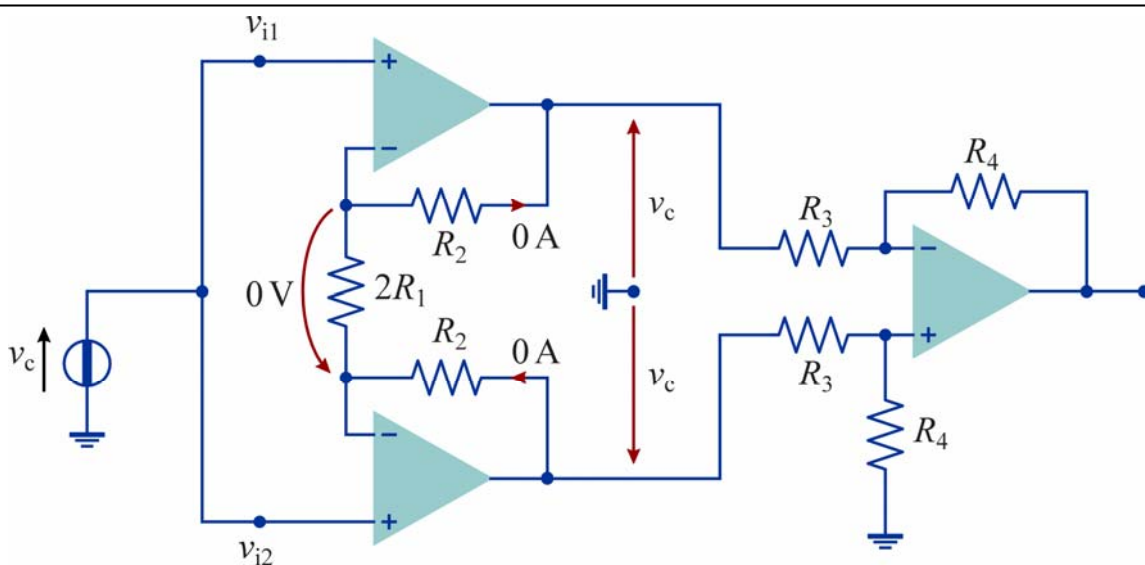
$$v_{d2} = v_d + 2R_2 i_2 = v_d + 2R_2 \frac{v_d}{2R_1} = v_d \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

- Questa tensione costituisce l'ingresso del secondo stadio, che è un amplificatore differenziale realizzato con un singolo operazionale e ha un guadagno pari a R_4/R_3 , quindi

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_d$$

33

Amplificatore differenziale con 3 operazionali



- Se si applica in ingresso un segnale di modo comune v_c , la tensione degli ingressi degli operazionali del primo stadio è uguale a v_c
- La tensione di $2R_1$ è nulla, quindi non circola corrente né in $2R_1$ né nelle resistenze R_2
- ➔ All'ingresso del secondo stadio si ha la tensione di modo comune v_c

34

Amplificatore differenziale con 3 operazionali

- Una tensione di modo comune in ingresso viene trasferita direttamente all'ingresso del secondo stadio
- Una tensione differenziale in ingresso viene trasferita al secondo stadio moltiplicata per il fattore
$$1 + \frac{R_2}{R_1}$$
- Complessivamente si ottiene un amplificatore differenziale che ha lo stesso guadagno di modo comune del secondo stadio, ma ha un guadagno differenziale maggiore
- ➔ Si ottiene un CMRR maggiore di quello del solo secondo stadio
- Inoltre, rispetto a un amplificatore differenziale con un solo operazionale
 - ◆ si ha una resistenza di ingresso maggiore (idealmente infinita)
 - ◆ si ha la possibilità di modificare il guadagno modificando il valore di una sola resistenza ($2R_1$)

35

Segnali bilanciati e sbilanciati

- Un segnale in tensione può essere rappresentato
 - ◆ dalla tensione di un nodo rispetto al nodo di massa
 - ➔ **segnale sbilanciato** (o **single-ended**)
 - ◆ dalla tensione tra due nodi nessuno dei quali coincide con il nodo di massa
 - ➔ **segnale bilanciato** o **differenziale**
- I segnali sbilanciati in genere richiedono circuiti più semplici
- I segnali bilanciati
 - ◆ sono più robusti nei confronti di disturbi
 - ◆ consentono prestazioni migliori in termini di linearità in sistemi realizzati mediante dispositivi non lineari
 - ◆ in molti casi di interesse pratico rappresentano il tipo di segnale disponibile all'uscita dei trasduttori

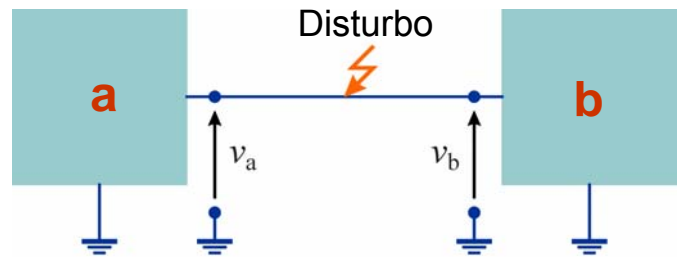
36

Segnali bilanciati e sbilanciati in presenza di disturbi

Segnale sbilanciato

- In presenza del disturbo, la tensione all'ingresso del blocco b è

$$v_b = v_a + \varepsilon$$

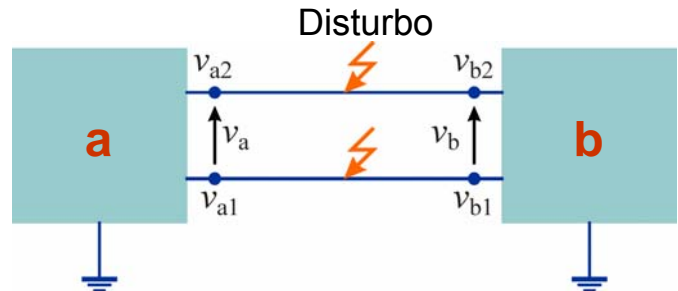


Segnale bilanciato

- In presenza del disturbo, la tensione all'ingresso del blocco b è

$$v_b = v_{a2} + \varepsilon_2 - v_{a1} - \varepsilon_1 = v_a + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$$



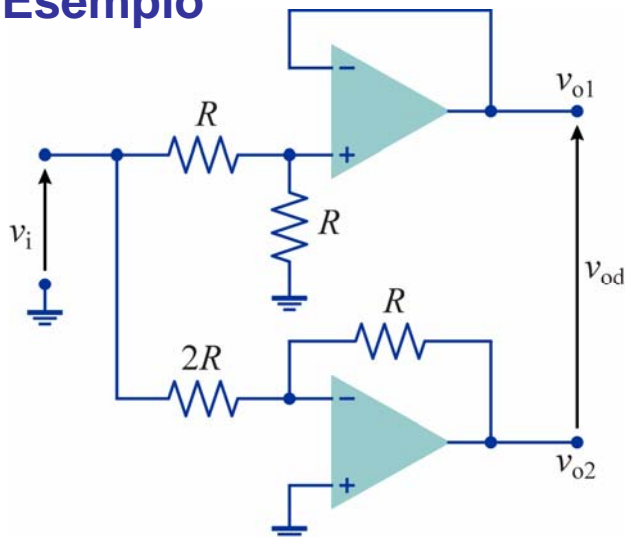
- Se il disturbo agisce in modo simile sui due conduttori, vicini tra loro, si ha $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2$, quindi ε è molto piccolo rispetto a ε_1 e ε_2

37

Conversione tra segnali bilanciati e sbilanciati

- Un amplificatore differenziale può essere considerato un dispositivo che converte un segnale bilanciato in uno sbilanciato
- Anche la conversione in senso opposto può essere eseguita in vari modi mediante amplificatori operazionali

Esempio



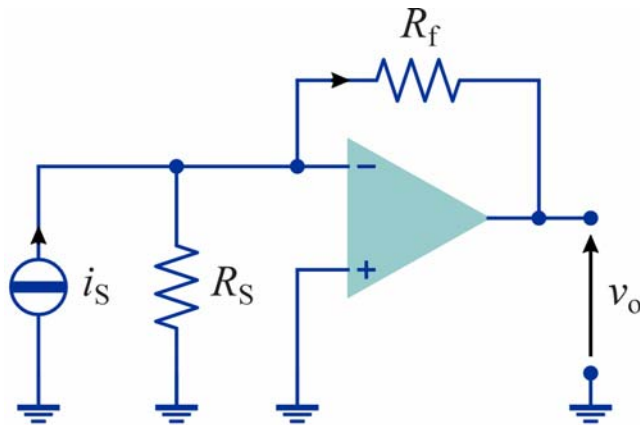
$$v_{o1} = \frac{v_i}{2}$$

$$v_{o2} = -\frac{v_i}{2}$$

$$v_{od} = v_{o1} - v_{o2} = v_i$$

38

Convertitore corrente-tensione

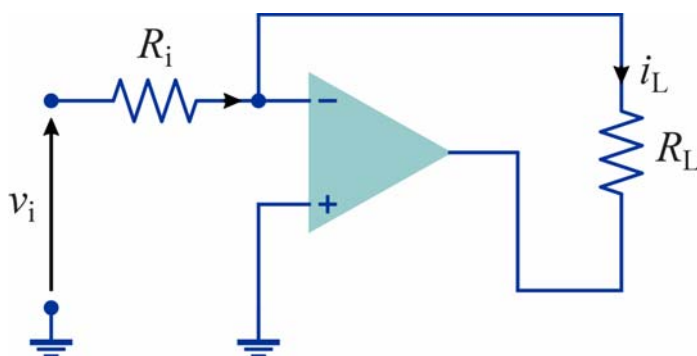


$$i_f = i_s \quad \Rightarrow \quad v_o = -R_f i_s$$

- E' un amplificatore a transresistenza
- A causa del cortocircuito virtuale la tensione e quindi la corrente di R_S sono nulle
- La tensione in uscita è indipendente da R_S (il circuito si comporta come se all'ingresso fosse collegato solo il generatore ideale i_s)

39

Convertitore tensione-corrente



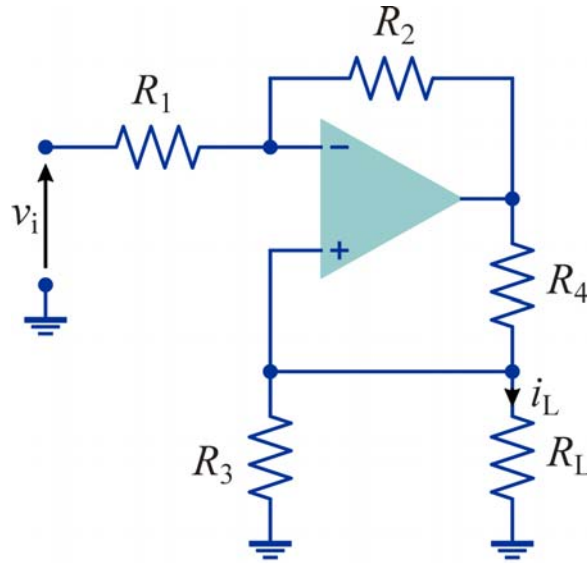
$$i_L = i_i = \frac{v_i}{R_i}$$

$$R_{in} = \frac{v_i}{i_i} = R_i$$

- E' un amplificatore a trasconduttanza
- Il carico deve essere *flottante*, cioè non può avere terminali collegati fisicamente a massa (anche se un terminale è collegato a una massa virtuale)
 - ◆ se si collegasse a massa l'ingresso invertente la corrente i_L si annullerebbe

40

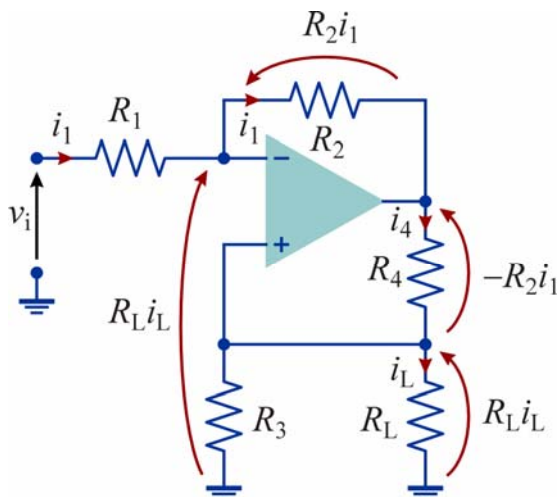
Convertitore tensione-corrente con carico riferito a massa



- Se la resistenza di carico ha un terminale a massa si può utilizzare questo circuito
- Con una scelta opportuna dei valori delle resistenze si può fare in modo che la corrente nel carico sia indipendente dal valore di R_L

41

Convertitore tensione-corrente con carico riferito a massa



$$i_L = \frac{R_3}{R_3 + R_L} i_4 = -\frac{R_3}{R_3 + R_L} \frac{R_2 i_1}{R_4} =$$

$$= -\frac{R_3}{R_3 + R_L} \frac{R_2}{R_4} \frac{v_i - R_L i_L}{R_1}$$



$$i_L = \frac{-R_2 R_3 v_i}{R_1 R_3 R_4 + (R_1 R_4 - R_2 R_3) R_L}$$

- Si può eliminare la dipendenza di i_L da R_L ponendo $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$
- ➔ In queste condizioni si ottiene $i_L = -\frac{v_i}{R_3}$

42