



Corso di Elettrotecnica NO

Angelo Baggini

Rappresentazione e analisi delle reti elettriche in regime stazionario



Ipotesi

Regime stazionario

- Cariche libere di muoversi
- Tutte le derivate rispetto al tempo nulle



Circuito elettrico

- Un tubo di flusso del vettore densità di corrente

Rete elettrica

- L'unione di circuiti diversi



Ramo o lato

- E' un tubo di flusso della densità di corrente nel quale si può considerare la corrente uguale in ogni sezione

Nodo

- Punto in cui convergono 3 o più rami

Maglia

- Un qualunque percorso chiuso che partendo da un nodo, ritorni allo stesso nodo percorrendo rami diversi della rete, senza mai percorrere un ramo più di una volta.

Legge di Kirchhoff ad un percorso chiuso

Legge di Faraday-Henry:

$$\oint_L \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$$

$$\sum V = 0$$

- la somma algebrica delle tensioni presenti sui lati di un percorso chiuso è uguale a zero.

Legge di Kirchhoff alle superfici

Equazione di continuità

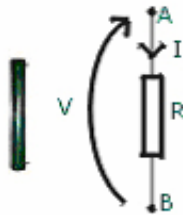
$$\oiint_A \bar{J} \cdot \bar{u}_n dA = 0$$

$$\sum I = 0$$

- La somma algebrica delle correnti su una superficie chiusa è uguale a zero

Bipoli

- Dai fenomeni fisici ai bipoli
- Parametri concentrati
- Fenomeni fisici – Effetti – Bipoli (modelli matematici) - Dispositivi



Morsetti o poli



Elemento grafico
caratteristico dello
specifico bipolo

Bipolo generico



FENOMENO RESISTIVO

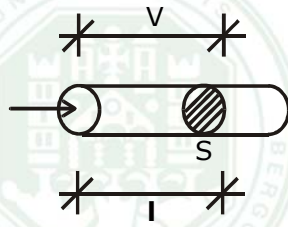
OHM

$$V = RI$$

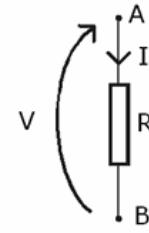
Resistenza

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Resistività



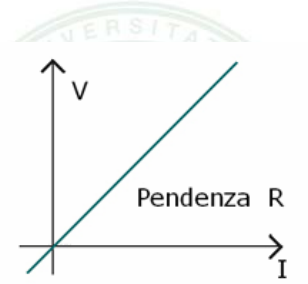
U.M. ohm Ω



Simbolo

$$V = RI$$

Equazione



Caratteristica V-I

Effetto della temperatura



$$I = GV$$

$$\uparrow$$

$$= \frac{I}{R}$$

Conduttanza

$g = 1/\rho$
Conducibilità

U.M. siemens S



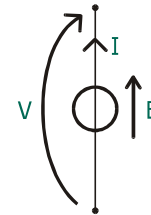


Affinché possa circolare corrente nel circuito, il ragionamento appena fatto per un singolo segmento va esteso a tutto il circuito, e quindi il punto di partenza e quello di arrivo coincidono ...

$$\oint_L \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$$

$$\oint_L (\bar{E}_S + \bar{E}_G + \bar{E}_R) \cdot d\bar{l} = 0$$

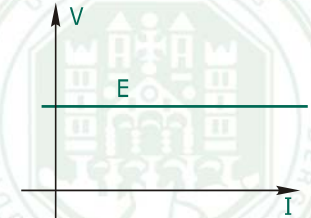
Forza elettromotrice



Simbolo

$V = E$
per qualsiasi I

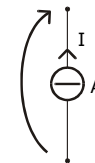
Equazione



Caratteristica V-I



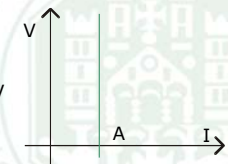
GENERATORE IDEALE DI CORRENTE



Simbolo

$I = A$
per qualsiasi V

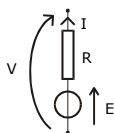
Equazione



Caratteristica V-I



GENERATORE REALE DI TENSIONE

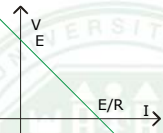


$V = E - RI$

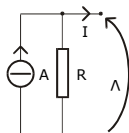
Simbolo

Equazione

Caratteristica V-I



GENERATORE REALE DI CORRENTE

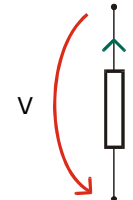
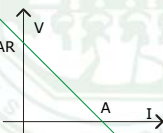


$I = A - V/R$

Simbolo

Equazione

Caratteristica V-I



Convenzione degli utilizzatori

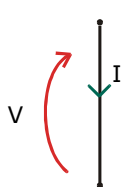


Convenzione dei generatori

Bipoli passivi e attivi

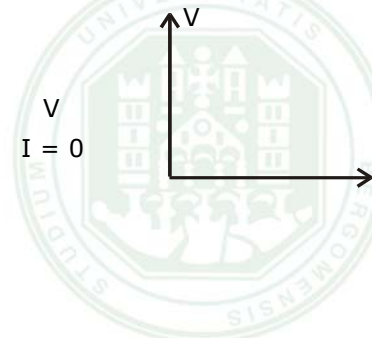
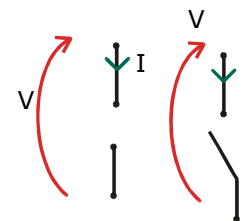


CORTO CIRCUITO



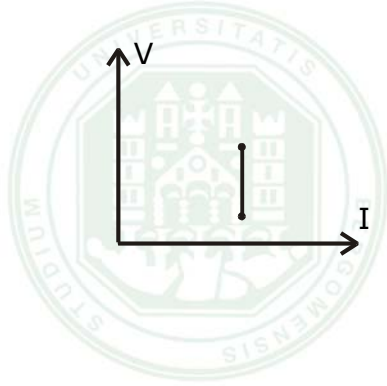
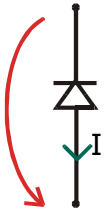
$V = 0$

I





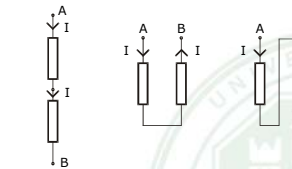
Diodo ideale



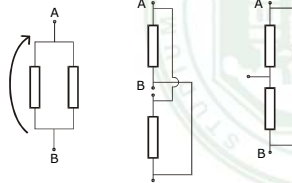
$$V = f(I)$$

Bipoli lineari e NON lineari

Collegamento tra bipoli



Collegamenti in serie

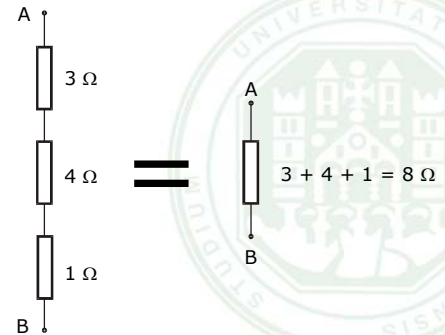


Collegamenti in parallelo

Collegamento tra bipoli



Resistori in serie



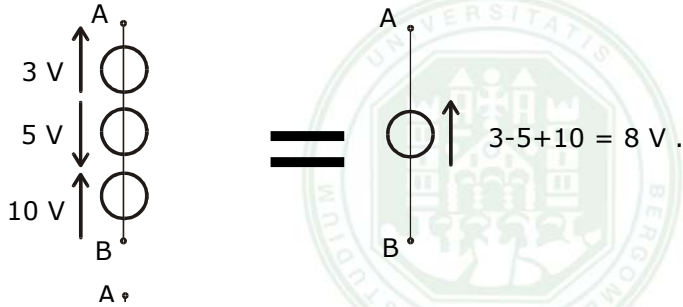
Collegamento tra bipoli

Generatori di tensione in serie

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria



Collegamento tra bipoli

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria

Generatori di corrente in serie



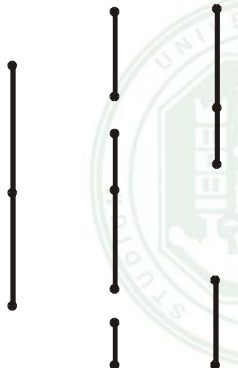
Collegamento tra bipoli

Contatto e circuiti aperti in serie

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria



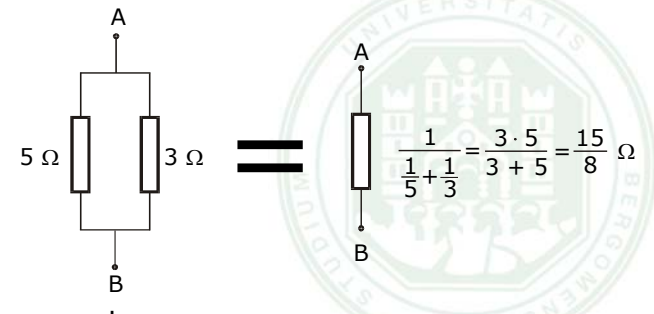
Collegamento

Resistori in parallelo

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria



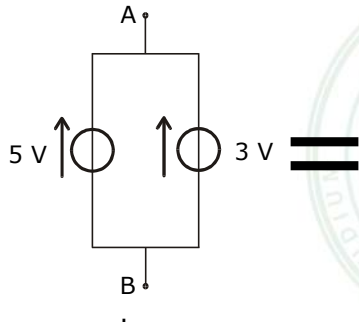
Collegamento

Generatori di tensione in parallelo

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria



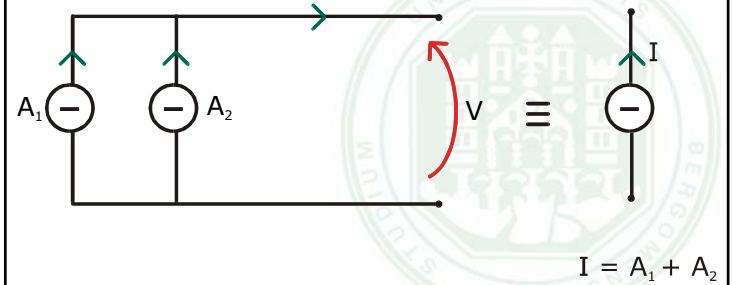
Collegamento

Generatori di corrente in parallelo

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria



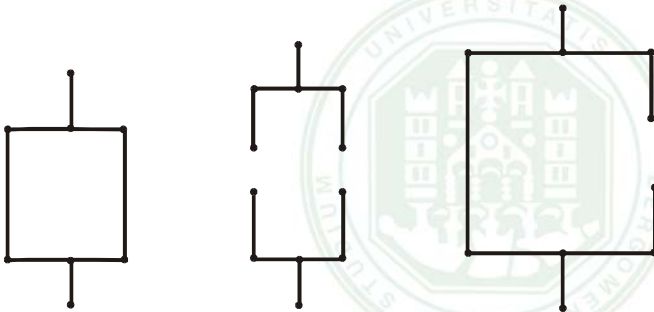
Collegamento

Ctocto e circuiti aperti in parallelo

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di Ingegneria

**Metodi sistematici
per la soluzione delle reti**

Elementi di topologia delle reti

- **grafo** ottenuto dalla rete sostituendo i bipoli con un segmento di linea che congiunge i nodi estremi
- **grafo connesso** se esiste sempre un percorso che congiunga due nodi qualsiasi del grafo, tutto costituito di lati del grafo
- **albero di un grafo** percorso costituito da lati del grafo che congiunge tutti i nodi senza formare maglie (I lati dell'albero sono $n-1$, se n è il numero di nodi)
- **coalbero** l'insieme dei lati del grafo che non appartengono ad un albero (i lati di un coalbero sono $l-n+1$ se l è il numero dei lati)
- **insieme di taglio** l'insieme dei lati che attraversano una superficie chiusa tracciata entro la rete

Metodi sistematici per la soluzione delle reti

- Cosa significa risolvere una rete?
- MA ... una rete è risolubile?
- Incognite:
 - I correnti di lato
 - I tensioni di lato
- Equazioni:
 - $n-1$ equazioni indipendenti ai nodi
 - $m-l-n+1$ equazioni indipendenti alle maglie
 - I equazioni di Ohm (certamente indipendenti)

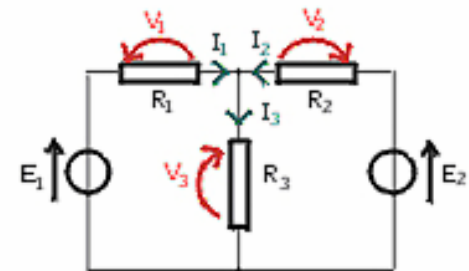
Il problema diventa la scelta delle equazioni

Metodi sistematici per la soluzione delle reti

- Sistemare la parte sulla scelta delle equazioni magari saltando la parte della topologia e facendo solo con il sistema trucco

Metodi sistematici ...

Operazioni preliminari



- ③ Si segnano i versi delle tensioni rispettando le convenzioni degli utilizzatori e dei generatori



Metodo delle correnti di lato

- incognite le correnti nei lati
- $N-1$ eq. di K ai nodi
- $L-N+1$ eq. di K alle maglie (RI)
- $(N-1)+(L-N+1) = L$ equazioni, con L incognite

- Risolto il sistema, si possono trovare le tensioni



Metodo delle correnti di lato

- incognite le correnti nei lati
- $N-1$ eq. di K ai nodi
- $L-N+1$ eq. di K alle maglie (RI)
- $(N-1)+(L-N+1) = L$ equazioni, con L incognite

- Risolto il sistema, si possono trovare le tensioni



Metodo delle tensioni di nodo

- incognite le tensioni di $N-1$ nodi (tutti, escluso il nodo di riferimento)
- $N-1$ eq. di K . ai nodi
- $(N-1)$ equazioni con $(N-1)$ incognite

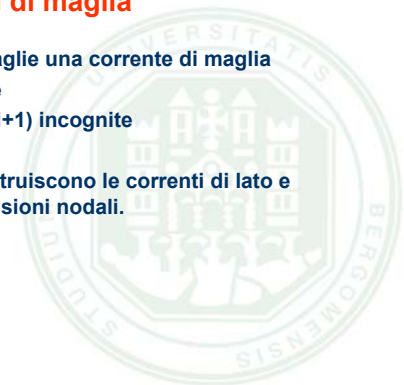
- Risolto il sistema, dalle ddp si ottengono le correnti nei lati.



Metodo delle correnti di maglia

- ad ognuna delle $L-N+1$ maglie una corrente di maglia
- $L-N+1$ eq. di K . alle maglie
- $(L-N+1)$ equazioni con $(L-N+1)$ incognite

- Risolto il sistema, si ricostruiscono le correnti di lato e quindi, come sopra, le tensioni nodali.

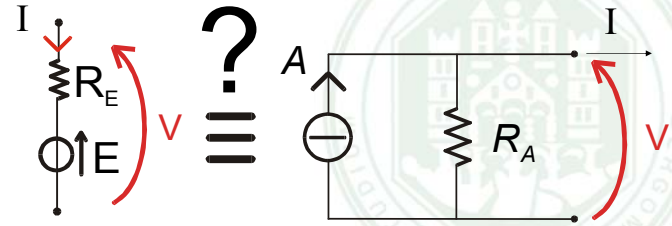




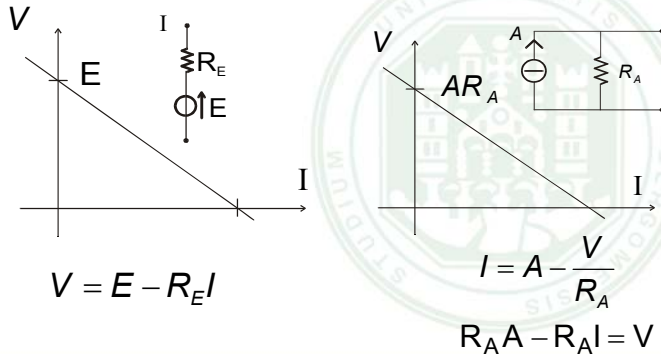
Teoremi delle reti elettriche



Generatori equivalenti



Generatori equivalenti



Equivalenza matematica

Stessa pendenza

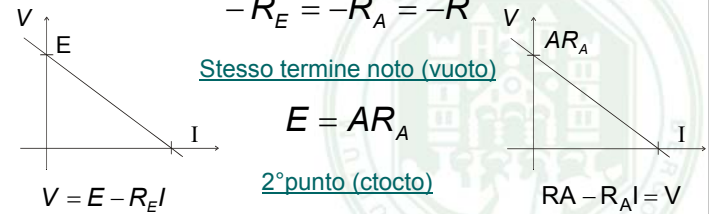
$$-R_E = -R_A = -R$$

Stesso termine noto (vuoto)

$$E = AR_A$$

2° punto (cortoc)

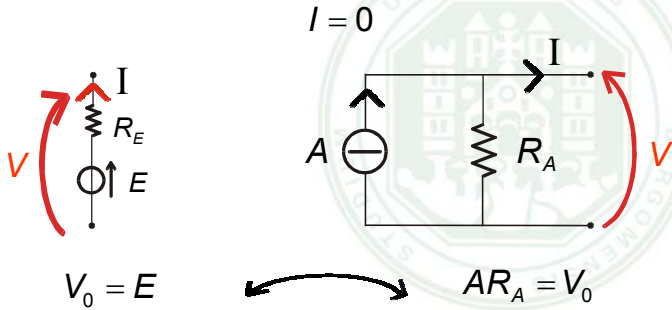
$$\frac{E}{R_E} = A$$





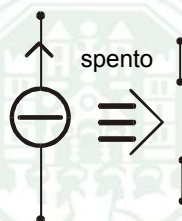
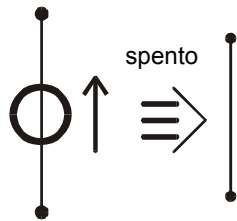
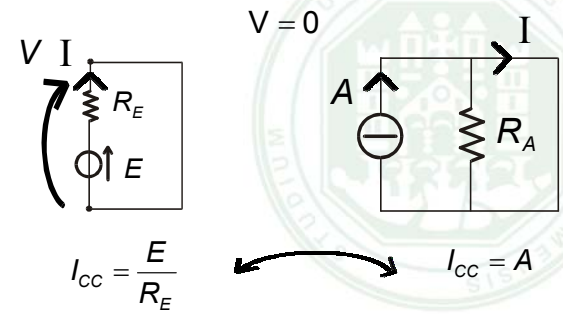
Eq. elettrotecnica

1) Stessa tensione a vuoto



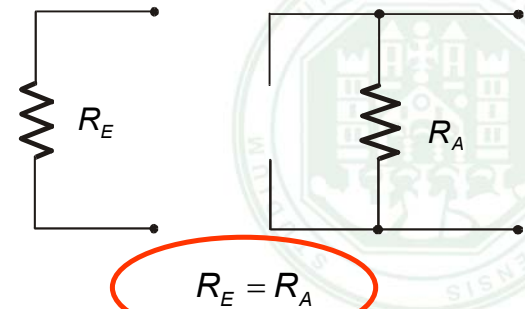
Eq. elettrotecnica

2) Stessa corrente di corto



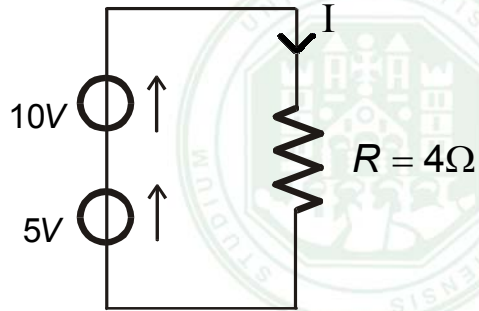
Eq. Elettrotecnica

3) Stessa resistenza interna

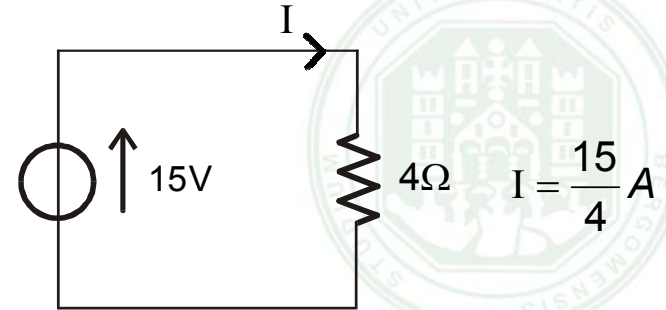




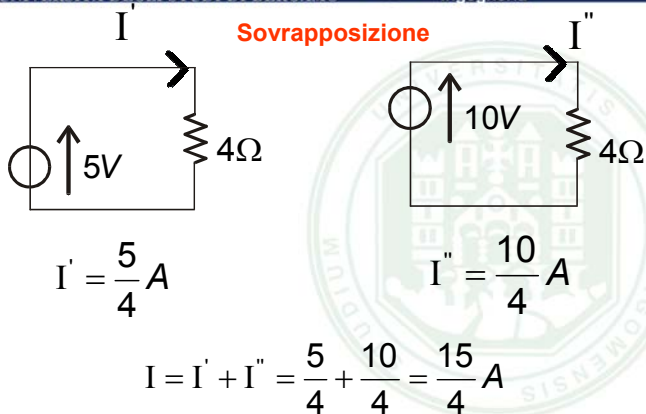
Sovrapposizione effetti



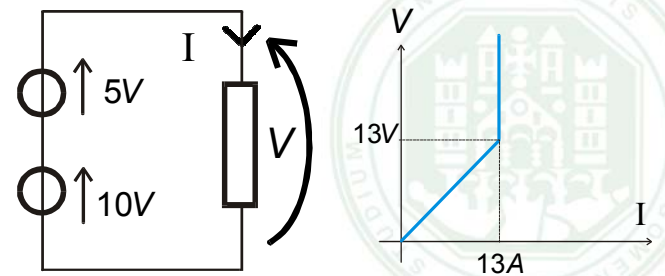
Metodo tradizionale



Sovrapposizione

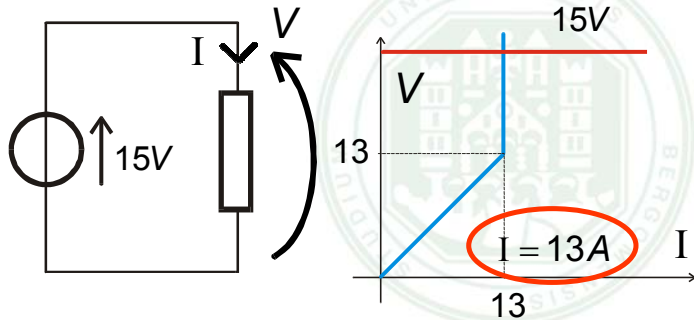


Rete NON lineare

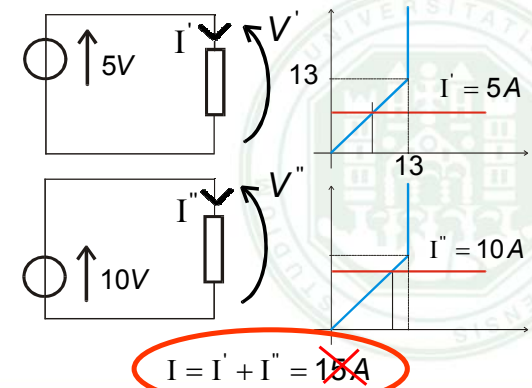




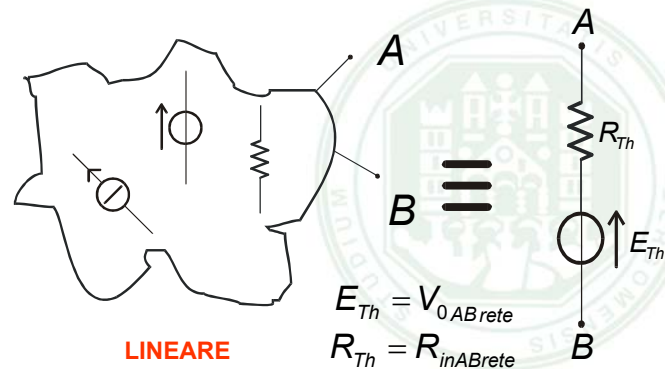
Metodo Tradizionale



Sovrapposizione



Teorema di THEVENIN



Teorema di NORTON

