



Università degli Studi di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Corso di Elettrotecnica

Circuiti elettrici 2



■ LEGGI DI KIRCHHOFF

Le due leggi fondamentali dei circuiti elettrici nascono come leggi sperimentali (G. Kirchhoff, 1847)

Per noi sono postulati

Validità: in regime lentamente variabile (stazionario o quasi-stazionario)



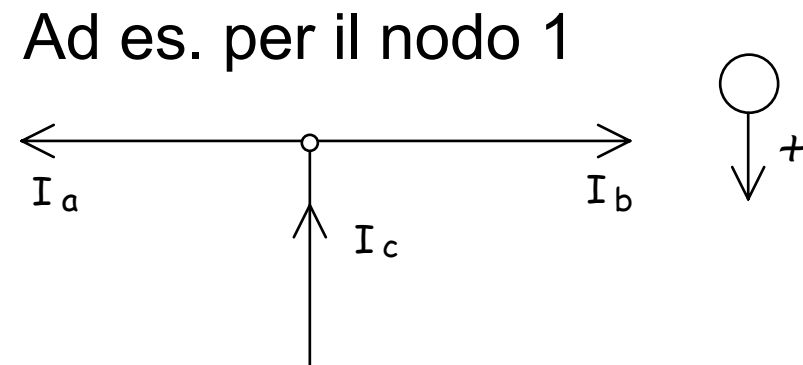


Circuiti elettrici

■ LEGGE DI KIRCHHOFF PER LE CORRENTI (O PER I NODI): **KCL**

Dato un nodo, si considerino le correnti dei lati incidenti al nodo, scelto un verso di incidenza (ad es. + se uscente), si ha

$$\sum I_i = 0$$



$$I_a + I_b - I_c = 0$$

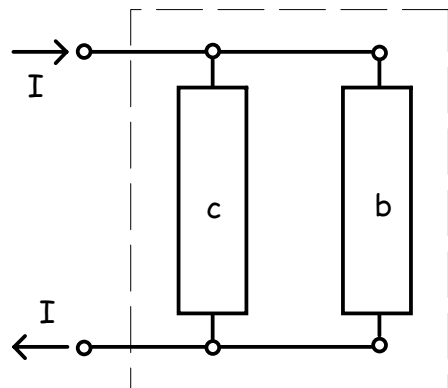


Circuiti elettrici

■ LEGGE DI KIRCHHOFF PER LE CORRENTI (O PER I NODI): **KCL**

Generalizzando

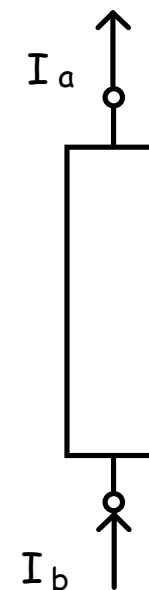
per qualunque
superficie chiusa
(nodo generalizzato)



Particolarizzando

per un bipolo

$$I_a = I_b$$



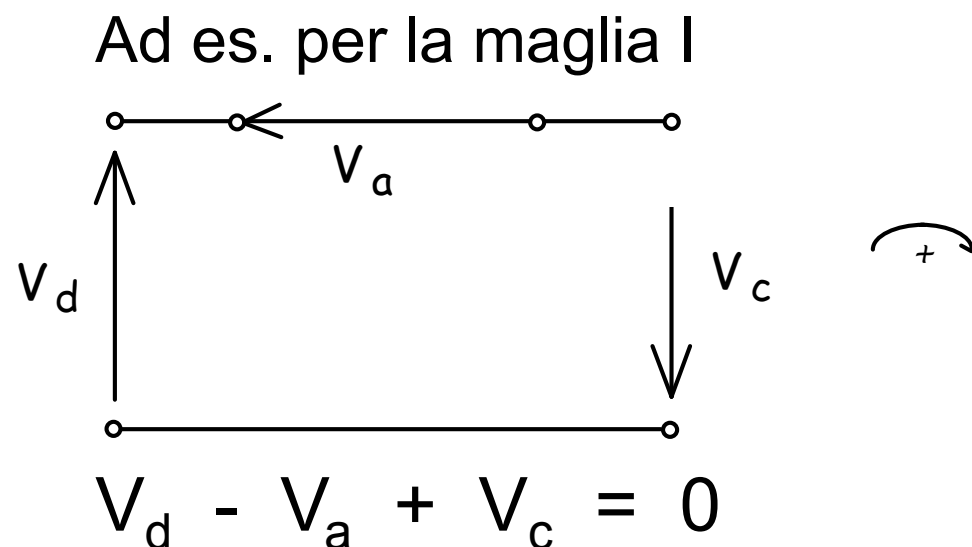


Circuiti elettrici

■ LEGGE DI KIRCHHOFF PER LE TENSIONI (O PER LE MAGLIE): **KVL**

Data una maglia, si considerino le tensioni dei lati appartenenti alla maglia, scelto un verso di percorrenza (ad es. + se orario), si ha

$$\Sigma V_i = 0$$



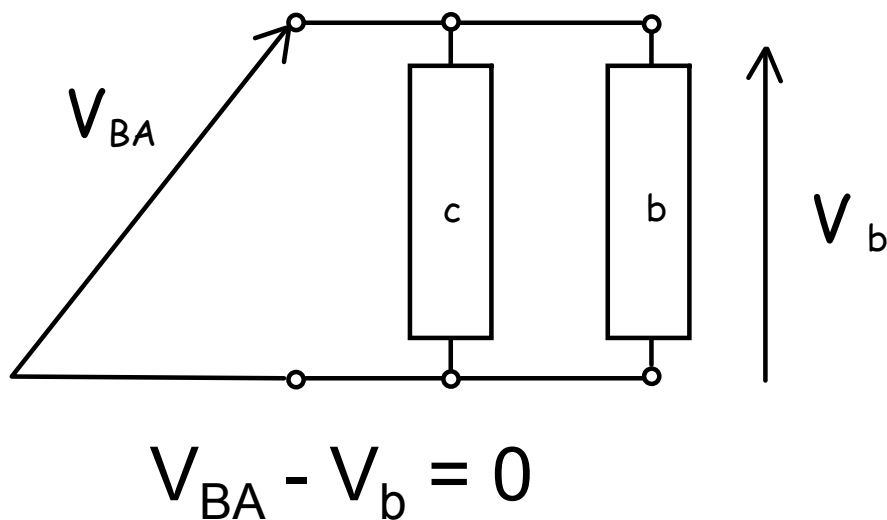


Circuiti elettrici

■ LEGGE DI KIRCHHOFF PER LE TENSIONI (O PER LE MAGLIE): **KVL**

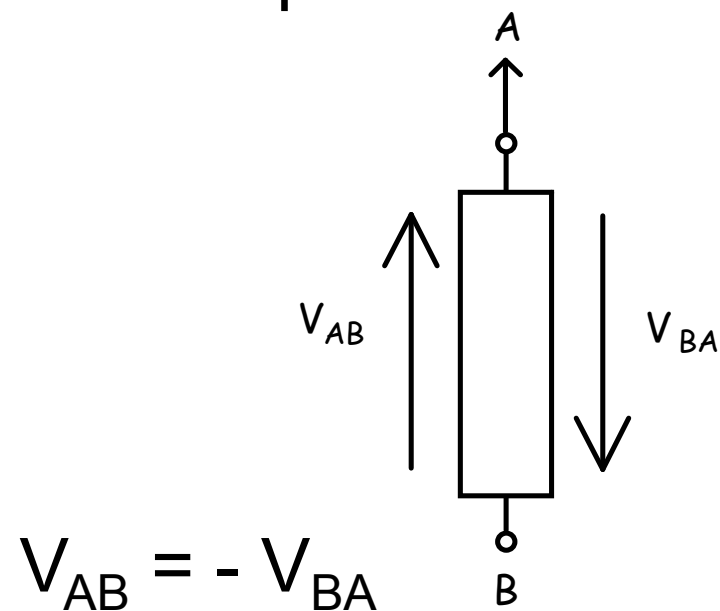
Generalizzando

per un qualunque percorso chiuso



Particolarizzando

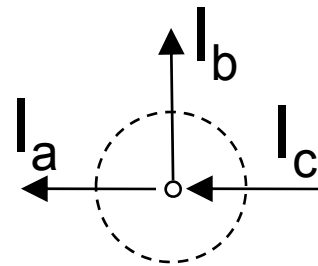
per un bipolo





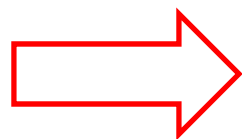
■ BASI FISICHE DELLE LEGGI DI KIRCHHOFF

KCL



$$\sum I_i = 0$$

- Non si ha moto di cariche nella regione circostante il nodo
- Le cariche percorrono i conduttori filiformi, senza causare accumulo o dispersione



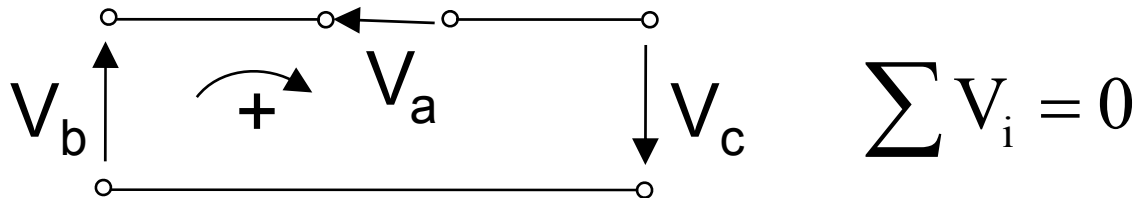
Solenoidalità della corrente



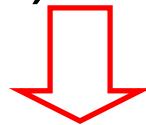
Circuiti elettrici

■ BASI FISICHE DELLE LEGGI DI KIRCHHOFF

KVL



- Il lavoro per spostare la carica unitaria lungo la maglia è nullo
- La carica non acquista e non cede energia cinetica (globalmente)



Conservatività della tensione



Circuiti elettrici

■ ANALISI DI CIRCUITI ELETTRICI

Noto il funzionamento e la connessione tra i bipoli, determinare V e I per ciascun bipolo

CIRCUITO LINEARE: tutti i bipoli sono lineari

CIRCUITO NON LINEARE: almeno un bipolo è non lineare

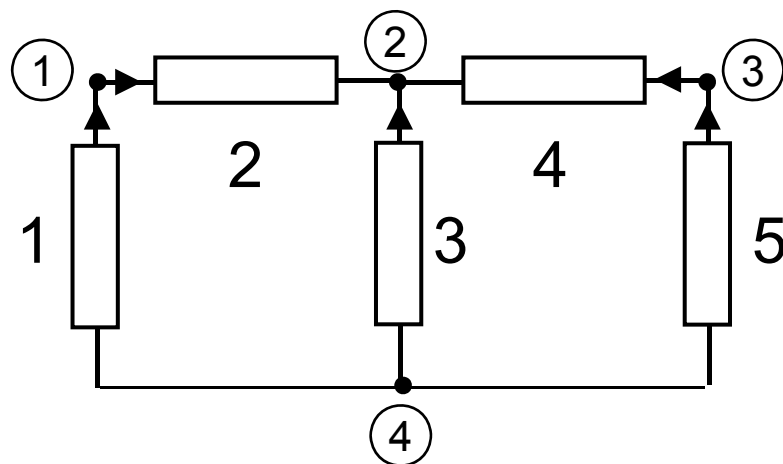


Circuiti elettrici

■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI

Sono sviluppati per circuiti in regime stazionario, valgono anche per circuiti in regime quasi stazionario

Esempio: dato il circuito



Si contano e si numerano nodi e lati: $n = 4$, $\ell = 5$



Circuiti elettrici

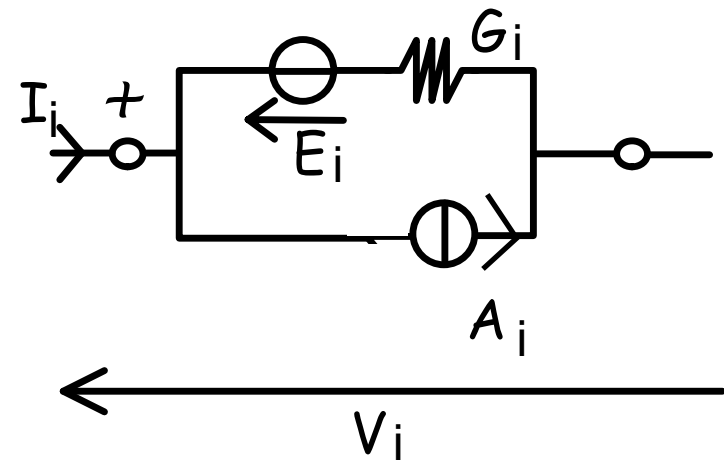
■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

Incognite: 2 ℓ (V_i , I_i per i-esimo lato)

Equazioni: ℓ (OL, equazioni di Ohm)

Legge di Ohm per il
generico bipolo
(base tensione)

$$I_i = A_i + G_i (V_i - E_i)$$





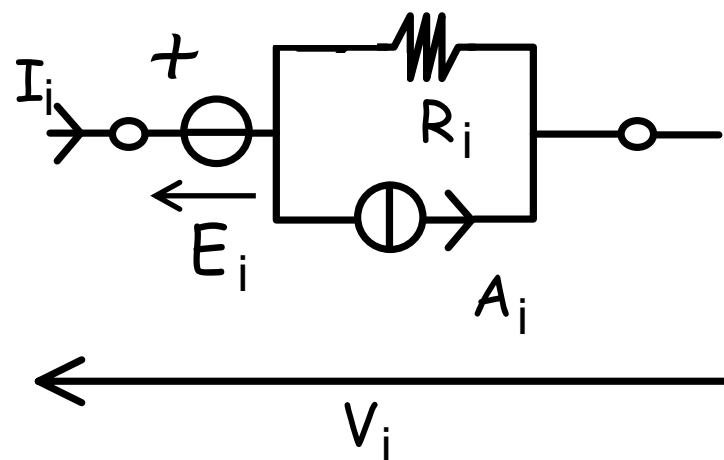
Circuiti elettrici

■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

oppure

Legge di Ohm per il
generico bipolo
(base corrente)

$$V_i = E_i + R_i (I_i - A_i)$$



Le ℓ equazioni sono linearmente indipendenti



Circuiti elettrici

■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

Equazioni

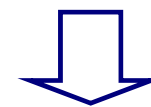
n KCL

$$\sum I_i = 0 \quad \text{nell'esempio } n = 4$$

m+1 KVL

$$\sum V_i = 0 \quad \text{nell'esempio } m+1 = 3$$

KCL+KVL



equazioni di
congruenza



Circuiti elettrici

■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

BILANCIO

$$m = \ell - n + 1$$

Incognite: 2ℓ (nell'esempio 10)

Equazioni: $\ell + n + m + 1 = 2\ell + 2$ (nell'esempio $5 + 4 + 2 + 1 = 12$)

Le equazioni di congruenza sono linearmente indipendenti?

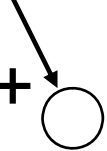


Circuiti elettrici

■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

KCL

Le n KCL sono linearmente dipendenti

nodi		①	$+I_1$	$-I_2$		$= 0$		
		②		$+I_2$	$+I_3$	$+I_4$	$= 0$	
		③				$-I_4$	$+I_5$	$= 0$
		④	$-I_1$		$-I_3$		$-I_5$	$= 0$

Infatti la combinazione lineare (somma) delle n KCL dà identità $= 0$



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

KCL

$n - 1$ KCL sono linearmente indipendenti

➤ Ogni KCL per ogni nodo $\leq n - 1$ introduce la corrente I di almeno un lato nuovo



La combinazione lineare di $n - 1$ KCL è $\neq 0$



$n - 1$ KCL sono linearmente indipendenti



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

KVL

Le $m+1$ KVL sono linearmente dipendenti

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} \curvearrowright \\ + \end{array} \quad 1-2-3 \quad -V_1 \quad -V_2 \quad +V_3 \quad = 0 \\ \text{maglie} \quad 3-4-5 \quad \quad \quad -V_3 \quad +V_4 \quad +V_5 \quad = 0 \\ \begin{array}{c} \curvearrowright \\ + \end{array} \quad 1-2-4-5 \quad +V_1 \quad +V_2 \quad \quad -V_4 \quad -V_5 \quad = 0 \end{array}$$

Infatti la combinazione lineare (somma) delle $m+1$ KVL fornisce una identità ovvero una equazione già scritta



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

KVL

$m = \ell - n + 1$ KVL sono linearmente indipendenti

➤ Ogni KVL per ogni maglia interna $\leq \ell - n + 1$ introduce la tensione V di almeno un lato nuovo



La combinazione lineare di $\ell - n + 1$ KVL è $\neq 0$



$\ell - n + 1$ KVL sono linearmente indipendenti